



MATHS · TERMINALE

✓ EXIGIBLE AU BAC

PRIORITÉ P1

Fonction logarithme népérien définie comme réciproque de l'exponentielle ; propriétés algébriques

🎯 À LA FIN DE CETTE FICHE, TU SAURAS...

- ✓ Définir le logarithme népérien comme fonction réciproque de l'exponentielle
- ✓ Utiliser les propriétés algébriques du logarithme népérien (produit, quotient, puissance, racine carrée)
- ✓ Résoudre une équation simple faisant intervenir le logarithme népérien

TON PARCOURS DE RÉVISION — coche chaque partie une fois révisée !

- | | |
|--|---|
| ☐ 1 · Les mots à connaître | ☐ 8 · La carte mentale |
| ☐ 2 · Les règles essentielles | ☐ 9 · Trouve l'erreur |
| ☐ 3 · Méthode A | ☐ 10 · Exercices type Bac |
| ☐ 4 · Méthode B | ☐ 11 · QCM chrono (5 min) |
| ☐ 5 · Exemple type Bac | ☐ 12 · Ta carte « 30 secondes » |
| ☐ 6 · Les pièges à éviter | ☐ ✕ Corrections (pour les parents) |
| ☐ 7 · Tips pour t'en souvenir | |

👤 LE COIN DES PARENTS — pas besoin de connaître le cours, tout est justifié.

1. Consultez avec votre enfant le calendrier des devoirs et évaluations de mathématiques du trimestre, et vérifiez qu'aucune échéance n'est oubliée.
2. Aidez votre enfant à répartir la révision de ce chapitre (logarithme népérien) sur plusieurs jours (calendrier de répétition J+1/J+3/J+7/J+14), sans vous prononcer sur le contenu mathématique.
3. Observez les signaux d'alerte (fatigue persistante, stress, isolement, décrochage) et encouragez votre enfant à en parler au lycée si ces signaux se confirment.

1

Les mots à connaître *surligne ceux que tu confonds !*

Logarithme népérien — la fonction notée $\ln$, définie sur $]0 ; +\infty[$, qui est la fonction réciproque de la fonction exponentielle.

Fonction réciproque — une fonction qui, appliquée après une autre, redonne le nombre de départ : $\ln(\text{exponentielle de } x)$ égal à x , et exponentielle de $(\ln(x))$ égal à x pour x strictement positif.

Fonction exponentielle — la fonction notée exponentielle de x , définie sur l'ensemble des nombres réels tout entier, dont le logarithme népérien est la fonction réciproque.

Nombre e — le réel tel que exponentielle de 1 égal à e , utilisé comme repère : $\ln(e)$ égal à 1.

Ensemble de définition — l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles une fonction existe réellement ; celui du logarithme népérien est $]0 ; +\infty[$.

Puissance — une écriture du type a exposant n , qui représente a multiplié par lui-même n fois si n est un entier positif, ou l'inverse de cette écriture si n est un entier négatif.

Racine carrée — pour un réel positif a , le nombre positif dont le carré est égal à a .

Équation — une égalité contenant une inconnue, que l'on cherche à résoudre en trouvant la ou les valeurs qui la rendent vraie.

Simplifier — réécrire une expression sous une forme équivalente mais plus courte ou plus facile à utiliser.

Exposant — le nombre placé en haut à droite d'une puissance, qui indique combien de fois la base se multiplie par elle-même.

Dérivée — une fonction qui donne, pour chaque x , la pente de la tangente à la courbe étudiée en ce point (notion utilisée seulement en filigrane, non centrale à cette fiche).

Argument — le nombre auquel s'applique le logarithme népérien, c'est-à-dire le x de $\ln(x)$.

2

Les règles essentielles *chaque règle avec son exemple*

- 1 Pour tout réel x strictement positif, $\ln(x)$ est l'unique réel y tel que exponentielle de y égal à x : le logarithme népérien est la fonction réciproque de la fonction exponentielle.

exemple → $\ln(\text{exponentielle de } 3)$ égal à 3, et exponentielle de $(\ln(5))$ égal à 5.

- 2 $\ln(1)$ égal à 0, car exponentielle de 0 égal à 1. $\ln(e)$ égal à 1, car exponentielle de 1 égal à e .

exemple → Ces deux valeurs de repère permettent de vérifier rapidement un calcul de logarithme.

- 3 Pour tous réels strictement positifs a et b , $\ln(a \text{ fois } b)$ égal à $\ln(a)$ plus $\ln(b)$: le logarithme transforme un produit en somme.

exemple → $\ln(6)$ égal à $\ln(2 \text{ fois } 3)$, soit $\ln(2)$ plus $\ln(3)$.

- 4 Pour tous réels strictement positifs a et b , $\ln(a \text{ divisé par } b)$ égal à $\ln(a)$ moins $\ln(b)$, et en particulier $\ln(1 \text{ divisé par } a)$ égal à moins $\ln(a)$.

exemple → $\ln(1 \text{ divisé par } 5)$ égal à moins $\ln(5)$.

- 5 Pour tout réel strictement positif a et tout entier n , $\ln(a \text{ puissance } n)$ égal à n fois $\ln(a)$.

exemple → $\ln(a \text{ au cube})$ égal à 3 fois $\ln(a)$.

6 Pour tout réel strictement positif a , $\ln(\text{racine carrée de } a)$ égal à $(1 \text{ divisé par } 2)$ fois $\ln(a)$.

exemple → $\ln(\text{racine carrée de } 9)$ égal à $(1 \text{ divisé par } 2)$ fois $\ln(9)$, qui vaut $\ln(3)$, puisque racine carrée de 9 égal à 3.

3 Méthode A — Simplifier un calcul avec les propriétés algébriques du logarithme

Exemple suivi : simplifier $\ln(9)$ plus $\ln(1 \text{ divisé par } 3)$.

Étape 1 Réécrire $\ln(1 \text{ divisé par } 3)$ à l'aide de la propriété du quotient : $\ln(1 \text{ divisé par } 3)$ égal à moins $\ln(3)$.

Étape 2 Regrouper les deux termes : $\ln(9)$ plus $\ln(1 \text{ divisé par } 3)$ égal à $\ln(9)$ moins $\ln(3)$.

Étape 3 Utiliser la propriété du quotient dans l'autre sens : $\ln(9)$ moins $\ln(3)$ égal à $\ln(9 \text{ divisé par } 3)$, soit $\ln(3)$.

4 Méthode B — Résoudre une équation simple avec le logarithme népérien

Exemple suivi : résoudre $\ln(x)$ égal à 2 sur $]0 ; \text{plus l'infini}[$.

Étape 1 Utiliser la définition du logarithme comme réciproque de l'exponentielle : $\ln(x)$ égal à 2 équivaut à x égal à exponentielle de 2.

Étape 2 Vérifier que exponentielle de 2 est bien strictement positif, donc appartient à l'ensemble de définition $]0 ; \text{plus l'infini}[$.

✓ **Conclure que l'unique solution est x égal à exponentielle de 2.**

5 Exemple type Bac — rédigé pas à pas

Résoudre dans $]0 ; \text{plus l'infini}[$ l'équation $\ln(x)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(15)$.

Étape 1 — Regrouper les termes en logarithme à l'aide de la propriété du produit : $\ln(x)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(3 \text{ fois } x)$.

Étape 2 — L'équation devient $\ln(3x)$ égal à $\ln(15)$.

Étape 3 — Le logarithme népérien étant la fonction réciproque de l'exponentielle, deux réels strictement positifs qui ont le même logarithme népérien sont nécessairement égaux : donc $3x$ égal à 15. En divisant les deux membres par 3, $3x$ égal à 15 donne x égal à 5.

Conclusion : x égal à 5, une valeur bien strictement positive, donc c'est l'unique solution dans $]0 ; \text{plus l'infini}[$.

6 Les pièges à éviter *les erreurs classiques en DS...*

✗ Oublier que le logarithme népérien n'est défini que pour des réels STRICTEMENT POSITIFS : $\ln(x)$ n'existe pas pour x négatif ou nul.

✗ Confondre $\ln(a \text{ fois } b)$ avec $\ln(a)$ fois $\ln(b)$: le logarithme transforme un produit en SOMME, jamais en produit.

✗ Oublier de vérifier, après résolution d'une équation, que la solution trouvée appartient bien à l'ensemble de définition (strictement positive).

✗ Confondre $\ln(a \text{ puissance } n)$ égal à n fois $\ln(a)$ avec $(\ln(a))$ puissance n : ce sont deux écritures différentes.

7 Tips — pour t'en souvenir

ln « défait » exponentielle : $\ln(\exp(x))$ vaut x et $\exp(\ln(x))$ vaut x pour x strictement positif.

Produit → somme ($\ln(a \text{ fois } b)$ vaut $\ln a$ plus $\ln b$). Quotient → différence. Puissance n → multiplication par n .

Toujours vérifier que le résultat d'une équation en $\ln$ est bien strictement positif.

8 La carte mentale *dessiner, c'est mémoriser !*

« LOGARITHME NÉPÉRIEN » au centre, 4 branches colorées : DÉFINITION (réciproque de l'exponentielle), VALEURS DE REPÈRE ($\ln$ de 1 vaut 0, $\ln$ de e vaut 1), PROPRIÉTÉS (produit → somme, quotient → différence, puissance → multiplication), ÉQUATIONS (même $\ln$ → mêmes nombres). Un exemple par branche. Redessine-la de mémoire après avoir lu la fiche.



ta carte mentale, de mémoire...

9 À toi de jouer — trouve l'erreur

Un élève simplifie $\ln(2)$ plus $\ln(3)$ et écrit : « $\ln(2)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(2 \text{ plus } 3)$ égal à $\ln(5)$. »

→ *cherche l'erreur avant de lire la réponse !*

L'erreur : L'élève applique à l'envers la propriété du produit : il additionne les arguments (2 plus 3) au lieu de les multiplier. La propriété correcte est $\ln(a) + \ln(b)$ égal à $\ln(a \text{ fois } b)$, et non $\ln(a + b)$. Ici, $\ln(2) + \ln(3)$ égal à $\ln(2 \text{ fois } 3)$, soit $\ln(6)$, et non $\ln(5)$.

10 Exercices type Bac *corrections en fin de fiche ✂*

Exercice 1. Simplifier $\ln(4) + \ln(3)$ à l'aide des propriétés du logarithme népérien.

Exercice 2. Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ l'équation $\ln(x)$ égal à $\ln(7)$.

11 QCM — 10 questions

⌚ 5 MIN MAX · OBJECTIF 8/10

Une seule bonne réponse par question, sans calculatrice — entraînement épreuve d'automatismes du Bac 2026.

1. Le logarithme népérien est défini comme :

- ☐ A la fonction réciproque de l'exponentielle
- ☐ B la fonction dérivée de l'exponentielle
- ☐ C l'inverse de l'exponentielle (1 divisé par exponentielle de x)

2. $\ln(1)$ est égal à :

- ☐ A e
- ☐ B 0
- ☐ C 1

3. $\ln(a \text{ fois } b)$, pour a et b strictement positifs, est égal à :

- ☐ A $\ln(a + b)$
- ☐ B $\ln(a) \text{ fois } \ln(b)$
- ☐ C $\ln(a) + \ln(b)$

4. $\ln(2) + \ln(3)$ est égal à :

- ☐ A $\ln(5)$
- ☐ B $\ln(6)$
- ☐ C $\ln(2) \text{ fois } \ln(3)$

5. $\ln(a \text{ divisé par } b)$, pour a et b strictement positifs, est égal à :

- ☐ A $\ln(a)$ moins $\ln(b)$
- ☐ B $\ln(a)$ divisé par $\ln(b)$
- ☐ C $\ln(a) + \ln(b)$

6. $\ln(a \text{ au cube})$, pour a strictement positif, est égal à :

- ☐ A $\ln(a)$ au cube
- ☐ B $\ln(3)$ fois a
- ☐ C 3 fois $\ln(a)$

7. Le logarithme népérien est défini pour :

- ☐ A tout réel
- ☐ B tout réel strictement positif
- ☐ C tout réel négatif uniquement

8. Pour résoudre $\ln(x)$ égal à $\ln(7)$ sur $]0 ; +\infty[$, on conclut que :

- ☐ A x égal à 7
- ☐ B x égal à $\ln(7)$
- ☐ C il n'existe aucune solution

9. Dans l'exemple type bac de la fiche, l'équation $\ln(x)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(15)$ admet pour solution :

- ☐ A x égal à 12
☐ B x égal à 45
☐ C x égal à 5

10. $\ln(\text{racine carrée de } 9)$ est égal à :

- ☐ A racine carrée de $\ln(9)$
☐ B $\ln(3)$
☐ C $\ln(9)$ au carré



12

En 30 secondes — ta carte de dernière révision

découpe-la et garde-la dans ta trousse — révision de veille de contrôle !

- $\ln$ = réciproque de $\exp$, définie sur $]0 ; +\infty[$. $\ln(1)$ vaut 0, $\ln(e)$ vaut 1.
- $\ln(a \text{ fois } b)$ vaut $\ln a$ plus $\ln b$; $\ln(a \text{ divisé par } b)$ vaut $\ln a$ moins $\ln b$; $\ln(a \text{ puissance } n)$ vaut n fois $\ln a$; $\ln(\text{racine de } a)$ vaut la moitié de $\ln a$.
- Même logarithme népérien $\rightarrow$ mêmes nombres (réciprocité).

PLAN DE RÉVISION ESPACÉE — relis la carte et refais le QCM : ☐ J+1 ☐ J+3 ☐ J+7 ☐ J+14



QCM en ligne

VA PLUS LOIN — TESTE-TOI SUR CETTE NOTION

 Scanne le QR code (ou clique dessus) : le QCM chronométré de cette notion, note immédiate, chaque erreur expliquée. Gratuit, sans inscription.

 Pour t'entraîner — QCM en nombre, évaluations, explications détaillées, analyse de tes points faibles — l'abonnement Réussito (sans engagement) : via le QR code ou sur reussito.fr/abo

 Débloque toutes les fiches de Terminale : via le QR code ou sur reussito.fr/terminale



L'élève travaille sans les solutions sous les yeux ; vous corrigez ensemble avec ces pages. Chaque réponse est justifiée : pas besoin de connaître le cours.

Correction des exercices

Exercice 1. $\ln(4)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(4 \text{ fois } 3)$, soit $\ln(12)$.

Exercice 2. Le logarithme népérien associant une valeur unique à chaque réel strictement positif, $\ln(x)$ égal à $\ln(7)$ équivaut à x égal à 7. Or 7 est bien strictement positif, donc appartient à l'ensemble de définition $]0 ; +\infty[$: c'est bien l'unique solution.

Réponses du QCM — expliquées une par une

- 1 → A** Le logarithme népérien « défait » l'exponentielle : c'est sa fonction réciproque, pas sa dérivée ni son inverse au sens de la division. *Piège : fonction dérivée = confond réciproque et dérivée, deux notions différentes ; inverse au sens 1 divisé par exponentielle = confond réciproque et inverse multiplicatif.*
- 2 → B** $\ln(1)$ égal à 0 car exponentielle de 0 égal à 1, comme rappelé dans les valeurs de repère de la fiche. *Piège : 1 = confond avec $\ln(e)$, qui vaut 1 ; e = confond la valeur du logarithme avec le nombre e lui-même.*
- 3 → C** Le logarithme transforme un produit en somme : $\ln(a \text{ fois } b)$ égal à $\ln(a)$ plus $\ln(b)$. *Piège : $\ln(a) \text{ fois } \ln(b)$ = invente une propriété qui n'existe pas ; $\ln(a \text{ plus } b)$ = erreur inverse de l'exemple Trouve l'erreur, qui confond somme et produit à l'intérieur du logarithme.*
- 4 → B** $\ln(2)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(2 \text{ fois } 3)$, soit $\ln(6)$, comme corrigé dans l'exemple Trouve l'erreur. *Piège : $\ln(5)$ = erreur exacte de l'exemple Trouve l'erreur, qui additionne 2 et 3 au lieu de les multiplier ; $\ln(2) \text{ fois } \ln(3)$ = confond somme de logarithmes et produit de logarithmes.*
- 5 → A** Le logarithme transforme un quotient en différence : $\ln(a \text{ divisé par } b)$ égal à $\ln(a)$ moins $\ln(b)$. *Piège : $\ln(a) \text{ divisé par } \ln(b)$ = invente une propriété qui n'existe pas ; $\ln(a) \text{ plus } \ln(b)$ = confond quotient et produit, qui donne la somme.*
- 6 → C** La propriété de la puissance donne $\ln(a \text{ puissance } n)$ égal à n fois $\ln(a)$, donc $\ln(a \text{ au cube})$ égal à 3 fois $\ln(a)$. *Piège : $\ln(a) \text{ au cube}$ = confond la propriété avec une mise au cube du résultat, erreur rappelée dans les pièges ; $\ln(3) \text{ fois } a$ = inverse à tort les rôles de l'exposant et de l'argument.*
- 7 → B** Le logarithme népérien n'est défini que sur $]0 ; +\infty[$, l'ensemble des réels strictement positifs. *Piège : tout réel = ignore la restriction aux réels strictement positifs, rappelée dans les pièges de la fiche ; réel négatif uniquement = contredit directement l'ensemble de définition.*
- 8 → A** Deux réels strictement positifs ayant le même logarithme népérien sont nécessairement égaux : x égal à 7, comme dans la correction de l'exercice de la fiche. *Piège : x égal à $\ln(7)$ = confond x avec la valeur du logarithme lui-même ; aucune solution = contredit directement le principe de réciprocity du logarithme.*
- 9 → C** $\ln(x)$ plus $\ln(3)$ égal à $\ln(3x)$, donc $\ln(3x)$ égal à $\ln(15)$ donne $3x$ égal à 15, soit x égal à 5. *Piège : x égal à 12 = confond avec une soustraction erronée de 15 moins 3 ; x égal à 45 = confond avec une multiplication erronée de 15 fois 3.*
- 10 → B** $\ln(\text{racine carrée de } a)$ égal à $(1 \text{ divisé par } 2) \text{ fois } \ln(a)$; ici racine carrée de 9 égal à 3, donc le résultat vaut directement $\ln(3)$. *Piège : $\ln(9) \text{ au carré}$ = invente une mise au carré du résultat, absente de la propriété ; racine carrée de $\ln(9)$ = applique à tort la racine au résultat du logarithme plutôt qu'à son argument.*