



MATHS · TERMINALE

✓ EXIGIBLE AU BAC

PRIORITÉ P1

Intégrale d'une fonction continue et positive

aire sous la courbe, lien avec les primitives

🎯 À LA FIN DE CETTE FICHE, TU SAURAS...

- ✓ Interpréter l'intégrale d'une fonction continue et positive comme une aire sous la courbe
- ✓ Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive de la fonction
- ✓ Vérifier un calcul d'intégrale en comparant primitive et aire géométrique

TON PARCOURS DE RÉVISION — coche chaque partie une fois révisée !

- | | |
|--|---|
| ☐ 1 · Les mots à connaître | ☐ 8 · La carte mentale |
| ☐ 2 · Les règles essentielles | ☐ 9 · Trouve l'erreur |
| ☐ 3 · Méthode A | ☐ 10 · Exercices type Bac |
| ☐ 4 · Méthode B | ☐ 11 · QCM chrono (5 min) |
| ☐ 5 · Exemple type Bac | ☐ 12 · Ta carte « 30 secondes » |
| ☐ 6 · Les pièges à éviter | ☐ ∞ Corrections (pour les parents) |
| ☐ 7 · Tips pour t'en souvenir | |

👤 LE COIN DES PARENTS — pas besoin de connaître le cours, tout est justifié.

1. Consultez avec votre enfant le calendrier des devoirs et évaluations de mathématiques du trimestre, et vérifiez qu'aucune échéance n'est oubliée.
2. Aidez votre enfant à répartir la révision de ce chapitre (intégrale et aire sous la courbe) sur plusieurs jours (calendrier de répétition J+1/J+3/J+7/J+14), sans vous prononcer sur le contenu mathématique.
3. Observez les signaux d'alerte (fatigue persistante, stress, isolement, décrochage) et encouragez votre enfant à en parler au lycée si ces signaux se confirment.

1

Les mots à connaître *surligne ceux que tu confonds !*

Intégrale — le nombre noté intégrale de a à b de $f(x)dx$, qui mesure l'aire entre la courbe d'une fonction continue et positive, l'axe des abscisses, et les droites verticales x égal à a et x égal à b .

Primitive d'une fonction — une fonction F dont la dérivée est égale à f sur un intervalle donné : pour tout x de cet intervalle, $F'(x)$ égal à $f(x)$.

Fonction continue — une fonction dont la courbe représentative se trace sans lever le crayon, sans saut ni interruption, sur l'intervalle considéré.

Fonction positive — une fonction dont les valeurs sont toujours supérieures ou égales à zéro sur l'intervalle considéré.

Aire sous la courbe et unité d'aire — l'aire sous la courbe est la mesure, en unités d'aire, de la surface comprise entre la courbe d'une fonction et l'axe des abscisses sur un intervalle donné ; une unité d'aire est l'aire du rectangle formé par une unité sur l'axe des abscisses et une unité sur l'axe des ordonnées du repère choisi.

Bornes de l'intégrale — les deux nombres a et b qui délimitent l'intervalle sur lequel on calcule l'intégrale de a à b de $f(x)dx$.

Abscisse, ordonnée et repère — l'abscisse est la première coordonnée d'un point (position horizontale), l'ordonnée sa deuxième coordonnée (position verticale) ; le repère est le système des deux axes gradués (axe des abscisses, axe des ordonnées) dans lequel ces coordonnées sont mesurées.

Intervalle — un ensemble de nombres réels compris entre deux bornes, comme $[a ; b]$.

Fonction affine (base et hauteur d'un triangle) — une fonction du type $f(x)$ égal à m fois x plus p , dont la courbe représentative est une droite ; quand p est nul, c'est-à-dire quand cette droite passe par l'origine, elle délimite un triangle avec l'axe des abscisses, dont la base est la longueur horizontale du triangle et la hauteur la longueur verticale, utilisées dans la formule d'aire (1 divisé par 2) fois base fois hauteur.

Fonction constante — une fonction qui prend la même valeur pour tout x de son ensemble de définition, comme $f(x)$ égal à 4.

Variable muette — le nom donné à la lettre utilisée dans l'écriture à intégrer (x , t , u , ...), qui ne change jamais la valeur du résultat obtenu.

Dérivée — une fonction qui donne, pour chaque x , la pente de la fonction étudiée en ce point ; on l'utilise ici pour vérifier qu'une fonction F est bien une primitive de f .

2

Les règles essentielles *chaque règle avec son exemple*

- 1 Pour f continue et positive sur l'intervalle $[a ; b]$, l'intégrale de a à b de $f(x)dx$ est l'aire, en unités d'aire, de la surface comprise entre la courbe de f , l'axe des abscisses, et les droites x égal à a et x égal à b .

exemple → Pour $f(x)$ égal à 2 (fonction constante) sur $[0 ; 3]$, la surface est un rectangle de largeur 3 et de hauteur 2 : son aire vaut 3 fois 2, soit 6 unités d'aire.

- 2 Une unité d'aire correspond à l'aire du rectangle formé par une unité sur l'axe des abscisses et une unité sur l'axe des ordonnées : le résultat numérique d'une intégrale dépend donc du repère choisi.

exemple → Dans un repère où 1 unité vaut 1 centimètre sur chaque axe, une unité d'aire vaut 1 centimètre fois 1 centimètre, soit 1 centimètre carré.

- 3 Lien fondamental : si F est une primitive de f sur $[a ; b]$, alors l'intégrale de a à b de $f(x)dx$ est égale à $F(b)$ moins $F(a)$, noté aussi entre crochets $[F(x)]$ avec les bornes a et b .**
exemple → Pour $f(x)$ égal à x sur $[0 ; 2]$, une primitive est $F(x)$ égal à x carré divisé par 2. L'intégrale vaut $F(2)$ moins $F(0)$, soit 4 divisé par 2 moins 0 (2 au carré égal à 4), soit 2 moins 0, soit 2.
- 4 Pour une fonction constante $f(x)$ égal à k sur $[a ; b]$, la surface délimitée est un rectangle de largeur $(b$ moins $a)$ et de hauteur k : son aire, et donc l'intégrale, vaut k fois $(b$ moins $a)$.**
exemple → Pour $f(x)$ égal à 4 sur $[0 ; 2]$, l'aire du rectangle vaut 4 fois (2 moins 0), soit 4 fois 2, soit 8 unités d'aire.
- 5 Pour une fonction affine positive de la forme $f(x)$ égal à m fois x , sur $[0 ; b]$, la surface délimitée est un triangle de base b et de hauteur $f(b)$: son aire, et donc l'intégrale, vaut $(1$ divisé par 2) fois b fois $f(b)$.**
exemple → Pour $f(x)$ égal à x sur $[0 ; 3]$, $f(3)$ égal à 3 : l'aire du triangle vaut (1 divisé par 2) fois 3 fois 3, soit 9 divisé par 2, soit 4,5 unités d'aire.
- 6 La lettre utilisée dans l'écriture à intégrer est une variable muette : l'intégrale de a à b de $f(x)dx$ et l'intégrale de a à b de $f(t)dt$ désignent exactement le même nombre.**
exemple → L'intégrale de 0 à 2 de $f(x)dx$ et l'intégrale de 0 à 2 de $f(t)dt$ valent toutes les deux 2, pour $f(x)$ égal à x : seule la lettre change, jamais le résultat.

3 Méthode A — Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive

Exemple suivi : $f(x)$ égal à x , sur l'intervalle $[0 ; 2]$.

- Étape 1** Identifier la fonction f et l'intervalle $[a ; b]$ concerné. Ici, $f(x)$ égal à x sur $[0 ; 2]$.
- Étape 2** Trouver une primitive F de f . Ici, $F(x)$ égal à x carré divisé par 2, car sa dérivée est x .
- Étape 3** Calculer $F(b)$ et $F(a)$. Ici, $F(2)$ égal à 4 divisé par 2, soit 2 (2 au carré égal à 4), et $F(0)$ égal à 0.
- Étape 4** Calculer $F(b)$ moins $F(a)$. Ici, 2 moins 0, soit 2.
- ✓ **Conclure : l'intégrale de 0 à 2 de $f(x)dx$ vaut 2.**

4

Méthode B — Vérifier une intégrale en comparant primitive et aire géométrique

Exemple suivi : $f(x)$ égal à 2, sur l'intervalle $[0 ; 3]$.

- Étape 1** Identifier la forme géométrique délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les bornes. Ici, un rectangle de largeur 3 et de hauteur 2.
- Étape 2** Calculer son aire par la formule géométrique. Ici, 3 fois 2, soit 6 unités d'aire.
- Étape 3** Calculer l'intégrale à l'aide d'une primitive. Ici, $F(x)$ égal à $2x$, $F(3)$ égal à 6, $F(0)$ égal à 0, donc l'intégrale vaut 6 moins 0, soit 6.
- Étape 4** Vérifier que les deux résultats coïncident : 6 égal à 6, la primitive et l'aire géométrique donnent bien le même nombre.

5

Exemple type Bac — rédigé pas à pas

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 3]$ par $f(x)$ égal à x . Calculer l'intégrale de 0 à 3 de $f(x)dx$ de deux façons : en utilisant l'aire du triangle délimité, puis en utilisant une primitive de f .

Étape 1 — Méthode géométrique : la courbe de f (droite passant par l'origine) délimite avec l'axe des abscisses et la droite x égal à 3 un triangle de base 3 et de hauteur $f(3)$ égal à 3. Son aire vaut (1 divisé par 2) fois 3 fois 3, soit 9 divisé par 2, soit 4,5.

Étape 2 — Méthode par primitive : une primitive de $f(x)$ égal à x est $F(x)$ égal à x carré divisé par 2. $F(3)$ égal à 9 divisé par 2 (3 au carré égal à 9), et $F(0)$ égal à 0.

Étape 3 — Calculer $F(3)$ moins $F(0)$: 9 divisé par 2 moins 0, soit 9 divisé par 2, soit 4,5.

Conclusion : Les deux méthodes donnent le même résultat, 4,5 : l'intégrale de 0 à 3 de $f(x)dx$ vaut 9 divisé par 2, ce qui confirme le lien entre aire et primitive.

6

Les pièges à éviter *les erreurs classiques en DS...*

✗ Oublier que l'interprétation en aire n'est valable, telle que présentée dans cette fiche, que pour une fonction continue et positive sur l'intervalle considéré.

✗ Confondre F , une primitive, avec l'intégrale elle-même, qui est le nombre $F(b)$ moins $F(a)$, pas la fonction F .

✗ Se tromper dans l'ordre de la soustraction : c'est $F(b)$ moins $F(a)$, et non $F(a)$ moins $F(b)$.

✗ Oublier de vérifier que la forme géométrique délimitée correspond bien à la fonction étudiée (rectangle pour une constante, triangle pour une affine passant par l'origine).

7 Tips — pour t'en souvenir

Intégrale de f continue positive sur $[a;b]$ = aire sous la courbe. Se calcule avec une primitive F : $F(b)$ moins $F(a)$.

Rectangle (fonction constante) : aire = largeur $\times$ hauteur. Triangle (fonction affine par l'origine) : aire = $(1/2) \times$ base $\times$ hauteur.

Toujours vérifier un résultat de primitive en le comparant à l'aire géométrique, quand la forme s'y prête.

8 La carte mentale *dessiner, c'est mémoriser !*

« INTÉGRALE » au centre, 4 branches colorées : DÉFINITION (aire sous la courbe, f continue positive), LIEN PRIMITIVE ($F(b)$ moins $F(a)$), UNITÉ D'AIRE (rectangle unité du repère), VARIABLE MUETTE (la lettre ne compte pas). Un exemple par branche. Redessine-la de mémoire après avoir lu la fiche.



ta carte mentale, de mémoire...

9 À toi de jouer — trouve l'erreur

Un élève calcule l'intégrale de 0 à 3 de $f(x)$ égal à x . Il pose $F(x)$ égal à x carré divisé par 2 et écrit : « l'intégrale vaut $F(0)$ moins $F(3)$, soit 0 moins 9 divisé par 2, soit moins 9 divisé par 2. »

→ *cherche l'erreur avant de lire la réponse !*

L'erreur : L'élève inverse l'ordre de la soustraction : il calcule $F(a)$ moins $F(b)$ au lieu de $F(b)$ moins $F(a)$. La règle donne l'intégrale de a à b de $f(x)dx$ égal à $F(b)$ moins $F(a)$, donc ici $F(3)$ moins $F(0)$, soit 9 divisé par 2 moins 0, soit 9 divisé par 2. Le résultat de l'élève est l'opposé du bon résultat, ce qui est impossible ici puisque f est positive sur $[0 ; 3]$: l'intégrale d'une fonction positive ne peut pas être négative.

Exercice 1. $f(x)$ égal à 4 sur l'intervalle $[0 ; 2]$. Calculer l'intégrale de 0 à 2 de $f(x)dx$ à l'aide d'une primitive, puis vérifier par le calcul de l'aire du rectangle correspondant.

Exercice 2. $f(x)$ égal à x sur l'intervalle $[0 ; 4]$. Calculer l'intégrale de 0 à 4 de $f(x)dx$ à l'aide d'une primitive, puis vérifier par le calcul de l'aire du triangle correspondant.

Une seule bonne réponse par question, sans calculatrice — entraînement épreuve d'automatismes du Bac 2026.

1. Pour une fonction f continue et positive sur $[a ; b]$, l'intégrale de a à b de $f(x)dx$ représente :

- ☐ A l'aire entre la courbe de f , l'axe des abscisses, et les droites x égal à a et x égal à b
- ☐ B la dérivée de f au point d'abscisse a
- ☐ C la valeur de f au point b moins la valeur de f au point a

2. Si F est une primitive de f sur $[a ; b]$, l'intégrale de a à b de $f(x)dx$ est égale à :

- ☐ A $F(a)$ moins $F(b)$
- ☐ B $F(b)$ moins $F(a)$
- ☐ C $F(b)$ fois $F(a)$

3. Une unité d'aire correspond à :

- ☐ A toujours 1 centimètre carré, quel que soit le repère
- ☐ B la longueur d'une unité sur l'axe des abscisses
- ☐ C l'aire du rectangle unité formé par une unité sur chaque axe du repère

4. $f(x)$ égal à 4 sur l'intervalle $[0 ; 2]$. L'intégrale de 0 à 2 de $f(x)dx$ vaut :

- ☐ A 8
- ☐ B 4
- ☐ C 6

5. $f(x)$ égal à x sur l'intervalle $[0 ; 3]$. L'intégrale de 0 à 3 de $f(x)dx$ vaut :

- ☐ A 3
- ☐ B 4,5
- ☐ C 9

6. Une primitive de $f(x)$ égal à x est $F(x)$ égal à x carré divisé par 2. Cela permet d'affirmer que l'intégrale de 0 à 4 de $f(x)dx$ vaut :

- ☐ A 16
- ☐ B 4
- ☐ C 8

7. L'interprétation d'une intégrale comme une aire, telle que présentée dans cette fiche, suppose que :

- ☐ A la fonction est continue et positive sur l'intervalle
- ☐ B la fonction est croissante sur l'intervalle
- ☐ C la fonction est une primitive d'elle-même

8. Dans l'écriture de l'intégrale de a à b de $f(x)dx$, remplacer x par t (écrire $f(t)dt$) :

- ☐ A change la valeur de l'intégrale
- ☐ B ne change rien : x est une variable muette
- ☐ C n'est possible que si f est une fonction constante

9. Pour vérifier un calcul d'intégrale d'une fonction affine positive passant par l'origine, on peut comparer le résultat obtenu par primitive avec :

- ☐ A une autre primitive choisie au hasard
- ☐ B la valeur de f uniquement au point b
- ☐ C l'aire du triangle calculée géométriquement

10. $f(x)$ égal à x sur $[0 ; 4]$: la forme géométrique délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et la droite x égal à 4 est :

- ☐ A un rectangle
- ☐ B un triangle
- ☐ C un trapèze



12

En 30 secondes — ta carte de dernière révision

découpe-la et garde-la dans ta trousse — révision de veille de contrôle !

- Intégrale de a à b de $f(x)dx$ = aire sous la courbe (f continue positive).
- Si F est une primitive de f : intégrale = $F(b)$ moins $F(a)$.
- Rectangle $\rightarrow$ largeur $\times$ hauteur. Triangle $\rightarrow (1/2) \times$ base $\times$ hauteur. Les deux méthodes doivent coïncider.

PLAN DE RÉVISION ESPACÉE — relis la carte et refais le QCM : ☐ J+1 ☐ J+3 ☐ J+7 ☐ J+14



VA PLUS LOIN — TESTE-TOI SUR CETTE NOTION

Scanne le QR code (ou clique dessus) : le QCM chronométré de cette notion, note immédiate, chaque erreur expliquée. Gratuit, sans inscription.

Pour t'entraîner — QCM en nombre, évaluations, explications détaillées, analyse de tes points faibles — l'abonnement Réussito (sans engagement) : via le QR code ou sur reussito.fr/abo

Débloque toutes les fiches de Terminale : via le QR code ou sur reussito.fr/terminale



L'élève travaille sans les solutions sous les yeux ; vous corrigez ensemble avec ces pages. Chaque réponse est justifiée : pas besoin de connaître le cours.

Correction des exercices

Exercice 1. Une primitive de $f(x)$ égal à 4 est $F(x)$ égal à $4x$. $F(2)$ égal à 8, $F(0)$ égal à 0, donc l'intégrale vaut 8 moins 0, soit 8. Vérification géométrique : rectangle de largeur 2 et de hauteur 4, aire égal à 2 fois 4, soit 8. Les deux méthodes coïncident.

Exercice 2. Une primitive de $f(x)$ égal à x est $F(x)$ égal à x carré divisé par 2. $F(4)$ égal à 16 divisé par 2, soit 8 (4 au carré égal à 16), et $F(0)$ égal à 0. L'intégrale vaut donc 8 moins 0, soit 8. Vérification géométrique : triangle de base 4 et de hauteur 4, aire égal à (1 divisé par 2) fois 4 fois 4, soit 8. Les deux méthodes coïncident.

Réponses du QCM — expliquées une par une

1 → A

C'est la définition même de l'intégrale d'une fonction continue et positive : une aire délimitée par la courbe et l'axe des abscisses. *Piège : dérivée en a = confond intégrale et dérivée, deux notions différentes ; $f(b)$ moins $f(a)$ = confond avec une variation de la fonction elle-même, pas avec une aire.*

2 → B

Le lien fondamental entre intégrale et primitive donne $F(b)$ moins $F(a)$, comme rappelé dans les règles de la fiche. *Piège : $F(a)$ moins $F(b)$ = inverse l'ordre de soustraction, erreur rappelée dans Trouve l'erreur ; $F(b)$ fois $F(a)$ = invente une multiplication qui n'existe pas dans la formule.*

3 → C

L'unité d'aire dépend du repère choisi : c'est l'aire du rectangle formé par une unité sur l'axe des abscisses et une unité sur l'axe des ordonnées. *Piège : toujours 1 centimètre carré = faux, cela dépend de l'échelle du repère choisi, rappelé dans les règles de la fiche ; longueur d'une unité = confond une longueur (une dimension) avec une aire (deux dimensions).*

4 → A

L'aire du rectangle de largeur 2 et de hauteur 4 vaut 2 fois 4, soit 8, comme calculé dans la correction de l'exercice de la fiche. *Piège : 4 = confond avec la seule hauteur du rectangle, oublie la largeur ; 6 = confond avec un produit erroné (2 fois 3 au lieu de 2 fois 4).*

5 → B

L'aire du triangle de base 3 et de hauteur 3 vaut (1 divisé par 2) fois 3 fois 3, soit 4,5, comme calculé dans l'exemple type bac de la fiche. *Piège : 3 = oublie de multiplier par (1 divisé par 2) pour cette aire de triangle ; 9 = confond avec le produit base fois hauteur, sans diviser par 2.*

6 → C

$F(4)$ égal à 16 divisé par 2, soit 8, et $F(0)$ égal à 0 : l'intégrale vaut donc 8 moins 0, soit 8, comme calculé dans la correction de l'exercice de la fiche. *Piège : 16 = oublie de diviser x carré par 2 en évaluant $F(4)$; 4 = confond avec la moitié de 8, une erreur de calcul supplémentaire.*

7 → A

L'interprétation en aire n'est valable, telle que présentée dans cette fiche, que pour une fonction continue et positive sur l'intervalle considéré. *Piège : croissante = n'est pas une condition nécessaire, une fonction positive peut être décroissante ; primitive d'elle-même = décrirait une propriété particulière d'une fonction, pas une condition générale sur l'aire.*

8 → B

La lettre utilisée dans l'écriture à intégrer ne change pas la valeur du résultat : c'est une variable muette, comme rappelé dans les règles de la fiche. *Piège : change la valeur = faux, la valeur de l'intégrale ne dépend que de f , a et b , jamais du nom de la variable ; n'est possible que si f est constante = ajoute une condition qui n'existe pas dans la règle.*

9 → C

Pour une fonction affine positive passant par l'origine, la méthode de la fiche vérifie le résultat obtenu par primitive avec l'aire géométrique du triangle délimité. *Piège : une autre primitive choisie au hasard = ne permettrait aucune vérification fiable, deux primitives différentes donnant pourtant le même résultat d'intégrale ; valeur de f uniquement au point b = ne donne qu'une seule valeur ponctuelle, pas une aire à comparer.*

10 → B

La courbe de $f(x)$ égal à x est une droite passant par l'origine : la forme délimitée avec l'axe des abscisses jusqu'à x égal à 4 est un triangle, qui a pour coins les points $(0 ; 0)$, $(4 ; 0)$ et $(4 ; 4)$. *Piège : rectangle = décrirait une fonction constante, pas une fonction affine passant par l'origine ; trapèze = décrirait une fonction affine qui ne passe pas par l'origine, ce qui n'est pas le cas ici.*